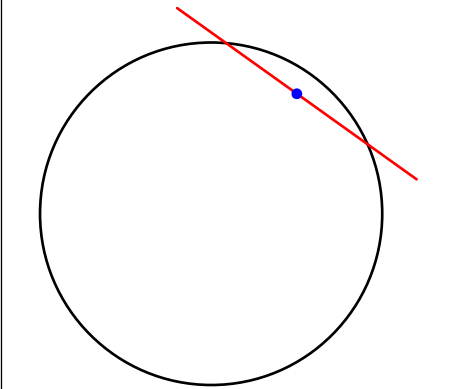
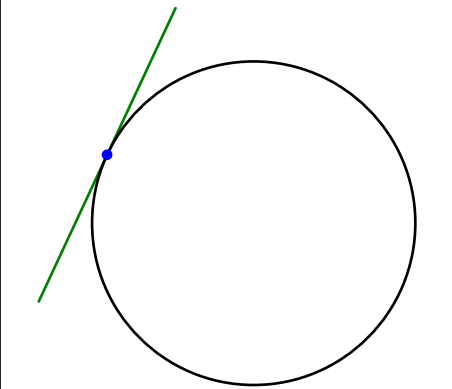
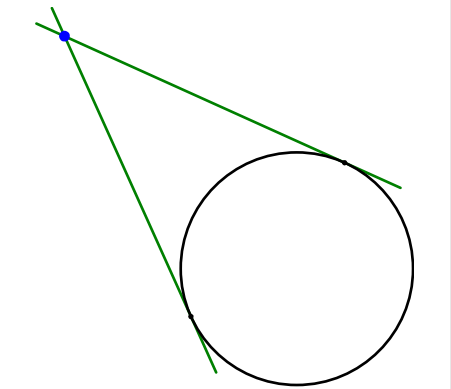


Recta tangente a una circunferencia y que pasa por un punto

Este problema consiste en encontrar la ecuación de una recta que pasa por un punto dado y es tangente a una circunferencia dada. El número de soluciones varía según sea la posición relativa del punto y la circunferencia.

- * Si el punto es interior a la circunferencia, no hay ninguna solución.
- * Si el punto pertenece a la circunferencia, hay exactamente una solución.
- * Si el punto es exterior a la circunferencia, hay exactamente dos soluciones.

		
Por un punto interior a la circunferencia no se pueden trazar tangentes	Por un punto que pertenezca a una circunferencia solo se puede trazar una tangente	Por un punto exterior a la circunferencia se pueden trazar dos tangentes

Recta tangente a una circunferencia por un punto de ella

Si el punto pertenece a la circunferencia, la recta tangente se puede calcular fácilmente porque (1) es una recta perpendicular al segmento que une el centro de la circunferencia con el punto dado y (2) pasa por el punto dado.

Ejemplo**Enunciado**

Averigua la ecuación implícita de la recta que pasa por el punto A y es tangente a la circunferencia «C». Datos: $A = (12,1)$, $C \equiv x^2 + y^2 - 4x + 6y - 103 = 0$.

Resolución

Averiguamos el centro y la longitud del radio de la circunferencia «C»:

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 103 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + y^2 + 6y = 103 \Rightarrow (x-2)^2 - 4 + (y+3)^2 - 9 = 103 \Rightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 103 + 4 + 9 \Rightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 116$$

El centro de la circunferencia «C» es el punto $T = (2, -3)$.

El radio de la circunferencia «C» mide $\sqrt{116}$.

Averiguamos la posición relativa de la circunferencia y el punto A:

$$d(A, T) = |\overrightarrow{AT}| = |(2-12, -3-1)| = |(-10, -4)| = \sqrt{(-10)^2 + (-4)^2} = \sqrt{116} \Rightarrow A \in C.$$

Llamamos «r» a la recta pedida. El vector \overrightarrow{AT} es uno de sus vectores normales:

$$\overrightarrow{AT} = (-10, -4); \text{ lo simplificamos: } \vec{n}_r = -\frac{1}{2}(-10, -4) = (5, 2) \Rightarrow r \equiv 5x + 2y + k = 0$$

$$A \in C \Rightarrow 5 \cdot 12 + 2 \cdot 1 + k = 0 \Rightarrow k = -62 \Rightarrow r \equiv 5x + 2y - 62 = 0$$

Solución: $5x + 2y - 62 = 0$