

**Enunciados**

Dado el triángulo de vértices  $A = (-3,6)$ ,  $B = (7,1)$  y  $C = (-2,3)$ , se pide:

- ① Averigua la ecuación implícita de «r», la recta que contiene a la altura que pasa por el vértice C.
- ② Calcula el ortocentro.

**Resoluciones**

- ① La recta que contiene a la altura que pasa por el vértice C es perpendicular al lado AB, luego el vector  $\overrightarrow{AB}$  es un vector normal a esta recta.

$$\overrightarrow{AB} = (7 - (-3), 1 - 6) = (10, -5); \text{ simplificando: } \vec{n}_r = \frac{1}{5} (10, -5) = (2, -1)$$

$$\vec{n}_r = (2, -1) \Rightarrow r \equiv 2x - y + k = 0$$

La recta «r» pasa por el punto C:

$$C = (-2, 3) \in r \Rightarrow 2 \cdot (-2) - 3 + k = 0 \Rightarrow k = 7 \Rightarrow r \equiv 2x - y + 7 = 0$$

$$\text{Solución: } r \equiv 2x - y + 7 = 0$$

- ② El ortocentro de un triángulo es el punto de corte de las alturas o sus prolongaciones. Por tanto, se puede calcular como el punto de corte de dos rectas que contengan a sendas alturas.

Como ya tenemos la ecuación implícita de una de estas rectas, solo nos falta averiguar otra. Llamamos «s» a la recta que contiene a la altura que pasa por el vértice B.

La recta «s» es perpendicular al lado AC, luego el vector  $\overrightarrow{AC}$  es un vector normal a esta recta.

$$\overrightarrow{AC} = (-2 - (-3), 3 - 6) = (1, -3) \Rightarrow \vec{n}_s = (1, -3) \Rightarrow s \equiv x - 3y + k = 0$$

La recta «s» pasa por el punto B:

$$B = (7, 1) \in s \Rightarrow 7 - 3 \cdot 1 + k = 0 \Rightarrow k = -4 \Rightarrow s \equiv x - 3y - 4 = 0$$

El ortocentro es el punto de corte de «r» y «s»:

$$\begin{cases} 2x - y = -7 \\ x - 3y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -3 \end{cases} \quad (\text{Podemos resolver el sistema por cualquier método}).$$

$$\text{Solución: } (-5, -3)$$

