

Enunciados

Dado el triángulo de vértices $A = (3,2)$, $B = (-3,0)$ y $C = (3,-6)$, se pide:

- ① Averigua la ecuación implícita de «r», la mediatriz del lado AB.
- ② Calcula el circuncentro.
- ③ Calcula con cuatro cifras significativas el radio de la circunferencia circunscrita.

Resoluciones

- ① La mediatriz del lado AB es la mediatriz del segmento AB.

El vector \overrightarrow{AB} es un vector normal a esta recta.

$$\overrightarrow{AB} = (-3-3, 0-2) = (-6, -2); \text{ simplificando: } \vec{n}_r = -\frac{1}{3}(-6, -2) = (3, 1)$$

$$\vec{n}_r = (3, 1) \Rightarrow r \equiv 3x + y + k = 0$$

La recta «r» pasa por el punto medio del segmento AB, que llamamos M.

$$M = \left(\frac{3-3}{2}, \frac{2+0}{2} \right) = (0, 1)$$

$$M = (0, 1) \in r \Rightarrow 3 \cdot 0 + 1 + k = 0 \Rightarrow k = -1 \Rightarrow r \equiv 3x + y - 1 = 0$$

Solución: $r \equiv 3x + y - 1 = 0$

- ② El circuncentro de un triángulo dista lo mismo de los tres vértices, luego se puede calcular como el punto de corte de las tres mediatrices de los lados.

Como ya tenemos la ecuación implícita de una mediatriz, solo nos falta averiguar otra. Con los datos que tenemos, es trivial encontrar la mediatriz del lado AC: como A y C tienen la misma abscisa, el lado AC es paralelo al eje de ordenadas, luego su mediatriz es paralela al eje de abscisas.

Llamamos «s» a la mediatriz del lado AC.

$$\text{El punto medio del segmento AC es } M = \left(\frac{3+3}{2}, \frac{2-6}{2} \right) = (3, -2), \text{ luego } s \equiv y = -2$$

El circuncentro es el punto de corte de «r» y «s»:

$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Solución: $(1, -2)$

- ③ El radio de la circunferencia circunscrita es igual a la distancia entre el circuncentro y un vértice cualquiera del triángulo.

Llamamos T al circuncentro, $T = (1, -2)$ y usamos $B = (-3, 0)$.

$$\text{Radio} = d(T, B) = \sqrt{(-3-1)^2 + (0-(-2))^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 4,472$$

Calculadora: $\sqrt{} \ 2 \ 0 \ = \Rightarrow 4.472135955$

Solución: 4,472