

Obtención de vectores perpendiculares a uno dado

Pronto verás que hay bastantes problemas de geometría analítica en los que es muy conveniente encontrar un vector que sea perpendicular a un vector conocido. Aprovechamos que dos vectores no nulos son perpendiculares si y solo si su producto escalar es cero para resolver esta cuestión con mucha rapidez. Distinguiremos dos casos.

Cuando alguna componente es cero

Si el vector que conocemos tiene una de las componentes cero (no pueden ser las dos cero, porque sería el vector nulo), el método para obtener un vector perpendicular es escribir un uno en la posición donde está el cero y un cero en la otra. En estos casos, cada vector tiene la dirección de un eje de coordenadas.

Ejemplos

- ① Enunciado. Averigua un vector perpendicular al vector $(0, -7)$.

Resolución. Como hay un cero en la primera componente, ponemos un uno en la primera componente y un cero en la segunda: $(1, 0)$.

Comprobación: $(0, -7)(1, 0) = 0 \cdot 1 - 7 \cdot 0 = 0 + 0 = 0$

- ② Enunciado. Averigua un vector perpendicular al vector $(13, 0)$.

Resolución. Como hay un cero en la segunda componente, ponemos un uno en la segunda componente y un cero en la primera: $(0, 1)$.

Comprobación: $(13, 0)(0, 1) = 13 \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 0 + 0 = 0$

Cuando ninguna componente es cero

Si ninguna de las componentes del vector que conocemos es cero, el método para obtener un vector perpendicular es intercambiar las dos componentes y cambiar el signo a una de ellas.

Ejemplos

- ③ Enunciado. Averigua un vector perpendicular al vector $(8, 5)$.

Resolución 1. Intercambiamos las componentes y cambiamos el signo a la primera componente: $(8, 5) \rightarrow (5, 8) \rightarrow (-5, 8)$. Solución: $(-5, 8)$.

Comprobación 1: $(8, 5)(-5, 8) = 8 \cdot 5 - 5 \cdot 8 = 40 - 40 = 0$

Resolución 2. Intercambiamos las componentes y cambiamos el signo a la segunda componente: $(8, 5) \rightarrow (5, 8) \rightarrow (5, -8)$. Solución: $(5, -8)$.

Comprobación 2: $(8, 5)(5, -8) = 8 \cdot 5 + 5 \cdot (-8) = 40 - 40 = 0$

- ④ Enunciado. Averigua un vector perpendicular al vector $(4, -3)$.

Resolución. Intercambiamos las componentes y cambiamos el signo a la primera componente: $(4, -3) \rightarrow (-3, 4) \rightarrow (3, 4)$. Solución: $(3, 4)$.

Comprobación: $(4, -3)(3, 4) = 4 \cdot 3 - 3 \cdot 4 = 12 - 12 = 0$

- ⑤ Enunciado. Averigua un vector perpendicular al vector $(-7, -1)$.

Resolución. Intercambiamos las componentes y cambiamos el signo a la primera componente: $(-7, -1) \rightarrow (-1, -7) \rightarrow (1, -7)$. Solución: $(1, -7)$.

Comprobación: $(-7, -1)(1, -7) = -7 \cdot 1 - 1 \cdot (-7) = -7 + 7 = 0$