

Ecuación de una circunferencia conocido el centro y un punto

Resolvemos el problema calculando el radio de la circunferencia como la distancia entre el centro y el punto conocido.

Ejemplo 1

Averigua la ecuación de la circunferencia «C» que tiene el centro en el punto T y pasa por el punto A. Datos: T = (4, -8), A = (7, 5).

Resolución

Llamamos «r» al radio de la circunferencia y calculamos su cuadrado:

$$r = d(T, A) = \sqrt{(7-4)^2 + (5-(-8))^2} = \sqrt{3^2 + 13^2} = \sqrt{178} \Rightarrow r^2 = 178$$

$$\text{Solución: } (x-4)^2 + (y+8)^2 = 178$$

Valor para que un punto pertenezca a una circunferencia

Para que un punto pertenezca a una circunferencia deben ocurrir estas dos propiedades:

- * El punto verifica la ecuación de la circunferencia.
- * La distancia del centro de la circunferencia al punto debe ser igual al radio.

Utilizando una de las propiedades, podremos calcular algún valor que nos soliciten para que un punto pertenezca a una circunferencia.

Ejemplo 2

Calcula el valor que debe tener «k» para que el punto A pertenezca a la circunferencia «C». Datos: C $\equiv (x+2)^2 + (y-5)^2 = 45$, A = (k-1, k-3).

Resolución

Si A \in C, debe verificar su ecuación:

$$(k-1+2)^2 + (k-3-5)^2 = 45 \Rightarrow (k+1)^2 + (k-8)^2 = 45 \Rightarrow k^2 + 2k + 1 + k^2 - 16k + 64 = 45 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2k^2 - 14k + 20 = 0 \Rightarrow k^2 - 7k + 10 = 0 \Rightarrow k = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} = \left\{ \begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} \right.$$

$$\text{Solución: } k = \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 5 \end{matrix} \right.$$

Ejemplo 3

Calcula el valor que debe tener «k» para que el punto A pertenezca a la circunferencia de centro T y radio $\sqrt{137}$. Datos: T = (7, -3), A = (4k-8, 11k-10).

Resolución

La distancia entre A y T debe ser $\sqrt{137}$:

$$d(A, T) = \sqrt{137} \Rightarrow \sqrt{(7-(4k-8))^2 + (-3-(11k-10))^2} = \sqrt{137} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{(15-4k)^2 + (7-11k)^2} = \sqrt{137}.$$

Como las dos cantidades subradicales son positivas, deben ser iguales:

$$(15-4k)^2 + (7-11k)^2 = 137 \Rightarrow 225 - 120k + 16k^2 + 49 - 154k + 121k^2 = 137 \Rightarrow \\ \Rightarrow 137k^2 - 274k + 137 = 0 \Rightarrow k^2 - 2k + 1 = 0 \Rightarrow k = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2} = 1$$

$$\text{Solución: } k = 1$$