

Operaciones con funciones

Dadas dos funciones reales de variables real, es posible hacer varias operaciones con ellas para obtener como resultado otra función real de variable real. Cuatro de las operaciones son muy fáciles de entender, puesto que corresponden con las cuatro operaciones elementales con números, pero la quinta es completamente novedosa, no tiene equivalente con números y al principio es un poco sorprendente.

Ver una función de expresión complicada como el resultado de operar funciones más sencillas será la clave para realizar cálculos muy importantes en el análisis matemático, los límites y las derivadas.

Definición de las operaciones elementales con funciones

Sean «f» y «g» dos funciones reales de variable real.

Se define la función **suma** de «f» y «g».

Se utiliza el símbolo «f+g» para expresarla y su definición es:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

Se define la función **diferencia** de «f» y «g».

Se utiliza el símbolo «f-g» para expresarla y su definición es:

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

Se define la función **producto** de «f» y «g».

Se utiliza el símbolo «f·g» o bien «fg» para expresarla y su definición es:

$$(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

Se define la función **cociente** de «f» y «g».

Se utiliza el símbolo « $\frac{f}{g}$ » o bien «f/g» para expresarla y su definición es:

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

Observación

Cuando escribimos la suma, la diferencia o el producto dos funciones a algún valor de la variable independiente, escribimos su símbolo entre paréntesis; eliminarlo supondría escribir algo sin sentido: **error** $\exists f+g(x)$: no se pueden sumar la función «f» y el número real «g(x)». Recuerda que la notación es muy importante, porque refleja significado profundo.

Ejemplos

Definimos dos funciones reales de variable real como «f(x) = x²+3» y «g(x) = 2x-1».

Para calcular «f+g» necesitamos averiguar su expresión analítica:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = x^2 + 3 + 2x - 1 = x^2 + 2x + 2$$

Para calcular «f-g» necesitamos averiguar su expresión analítica:

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = x^2 + 3 - (2x - 1) = x^2 - 2x + 4$$

Para calcular «f·g» necesitamos averiguar su expresión analítica:

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (x^2 + 3)(2x - 1) = 2x^3 - x^2 + 6x - 3$$