

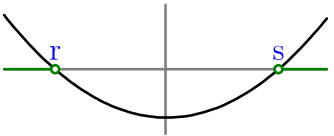
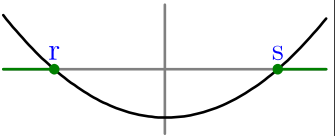
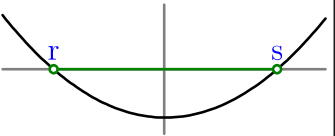
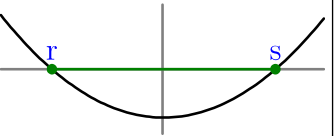
Resolución de inecuaciones de segundo grado con una incógnita

Simplificaremos al máximo la inecuación hasta llegar a una de estas cuatro formas:

$ax^2+bx+c>0$	$ax^2+bx+c\geq 0$	$ax^2+bx+c<0$	$ax^2+bx+c\leq 0$
---------------	-------------------	---------------	-------------------

Luego estudiaremos el signo de la función cuadrática « $y=ax^2+bx+c$ » y daremos como solución los valores de « x » que verifiquen para « y » la desigualdad pedida.

Vemos como ejemplo las soluciones que daríamos en el caso de que la función cuadrática tuviera dos raíces (que llamaremos « r » y « s ») y « $a>0$ »:

$ax^2+bx+c>0$	$ax^2+bx+c\geq 0$	$ax^2+bx+c<0$	$ax^2+bx+c\leq 0$
			
$x\in(-\infty,r)\cup(s,\infty)$	$x\in(-\infty,r]\cup[s,\infty)$	$x\in(r,s)$	$x\in[r,s]$

Enunciado

Resuelve la inecuación $(x+2)^2+(x-3)^2\geq(x+1)^2-2(x-8)$

Resolución

Eliminamos los paréntesis y pasamos todos los monomios al primer miembro. Ninguno de estos pasos requiere cambiar el sentido de la desigualdad:

$$(x+2)^2+(x-3)^2\geq(x+1)^2-2(x-8) \Rightarrow x^2+4x+4+x^2-6x+9\geq x^2+2x+1-2x+16 \Rightarrow x^2-2x-3\geq 0$$

Vamos a estudiar el signo de la función cuadrática « $y=x^2-2x-3$ »:

Como el coeficiente de « x^2 » es positivo, el vértice de la parábola que es la representación gráfica de la función es un mínimo.

Calculamos los puntos de corte de la función con el eje de abscisas:

$$x^2-2x-3=0 \Rightarrow x = \frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-3)}}{2\cdot 1} = \frac{2\pm\sqrt{16}}{2} = \frac{2\pm 4}{2} = 1\pm 2 = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

Los puntos de corte son $(-1,0)$ y $(3,0)$.

Como tenemos información suficiente para estudiar el signo de la función, no calculamos las coordenadas del vértice de la parábola. Nuestro objetivo no es hacer una representación gráfica precisa, sino solo averiguar para qué valores de « x » la « y » verifica « $y\geq 0$ ».

Vemos a la derecha la representación gráfica aproximada.

Hay dos semirrectas de la recta real para las que se verifica la desigualdad, luego las soluciones son todos los valores de « x » que hay en cualquiera de las dos semirrectas. La manera más sencilla de escribir eso es usar la unión de conjuntos.

Solución: $x\in(-\infty,-1]\cup[3,\infty)$

Comentario

En otros ejercicios puede ser necesario averiguar más datos de la representación gráfica de la función cuadrática. Tendrás que decidir tú hasta dónde llegar.

