

Enunciados

- ① Definimos la función natural de variable natural A de la siguiente manera:

$$A: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$n \rightarrow \begin{cases} 1 & \text{si } n \text{ es par} \\ 2n & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

Averigua la expresión de la función $A \circ A$

- ② Definimos las funciones reales de variable real f y g de la siguiente manera:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow \begin{cases} 6 & \text{si } x \in (-2, 2) \\ 0 & \text{si } x \notin (-2, 2) \end{cases}$$

$$x \rightarrow \begin{cases} 1 & \text{si } x \in (-1, 1) \\ 0 & \text{si } x \notin (-1, 1) \end{cases}$$

a) Averigua la expresión de la función $f+g$

b) Averigua la expresión de la función $f \cdot g$

- ③ Definimos la función real de variable real m de la siguiente manera:

$$m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow \begin{cases} 0 & \text{si } x \in (-1, 1) \\ \frac{x}{2} & \text{si } x \notin (-1, 1) \end{cases}$$

Averigua la expresión de la función $m \circ m$

- ④ Definimos la función real de variable real h como $h(x) = ax^2$ y sabemos que $(h \circ h)(x) = 27x^4$. Averigua el valor de a.

- ⑤ Definimos la función real de variable real r como $r(x) = \frac{1}{x}$. Se pide:

a) Averigua la expresión analítica de la función r^{-1} .

b) Expresa el dominio de la función r^{-1} .

- ⑥ Definimos la función real de variable real s como $s(x) = \frac{2x+5}{4x-2}$. Se pide:

a) Averigua la expresión analítica de la función s^{-1} .

b) Expresa el dominio de la función s^{-1} .

- ⑦ Definimos la función real de variable real t de la siguiente manera:

$$t: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} + 2 & \text{si } x \in (-\infty, 2] \\ 2x - 1 & \text{si } x \in (2, \infty) \end{cases}$$

a) Averigua la expresión de la función t^{-1} .

b) Representa gráficamente las funciones t y t^{-1} .

Soluciones

① $A \circ A: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

$$n \rightarrow \begin{cases} 2 & \text{si } n \text{ es par} \\ 1 & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

② a) $f+g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow \begin{cases} 7 & \text{si } x \in (-1, 1) \\ 6 & \text{si } x \in (-2, -1] \cup [1, 2) \\ 0 & \text{si } x \notin (-2, 2) \end{cases}$$

b) $f \cdot g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow \begin{cases} 6 & \text{si } x \in (-1, 1) \\ 0 & \text{si } x \notin (-1, 1) \end{cases}$$

③ $m \circ m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow \begin{cases} 0 & \text{si } x \in (-2, 2) \\ \frac{x}{4} & \text{si } x \notin (-2, 2) \end{cases}$$

④ $a = 3$

⑤ a) $r^{-1}(x) = \frac{1}{x}$

b) $\mathbb{R} - \{0\}$ o bien $(\leftarrow, 0) \cup (0, \rightarrow)$, como quieras

⑥ a) $s^{-1}(x) = \frac{2x+5}{4x-2}$

b) $\mathbb{R} - \{2\}$ o bien $(\leftarrow, 2) \cup (2, \rightarrow)$, como quieras

⑦ a) $t^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow \begin{cases} 2x-4 & \text{si } x \in (\leftarrow, 3] \\ \frac{x}{2} + \frac{1}{2} & \text{si } x \in (3, \rightarrow) \end{cases}$$

b)

