

Averiguar el segmento que representa a la tangente

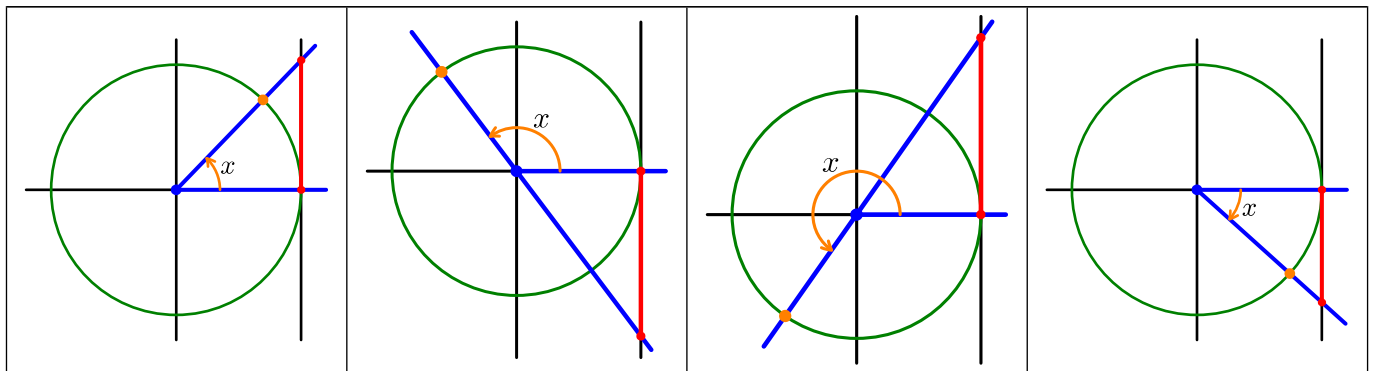
Como has visto, los segmentos que representan al seno y al coseno se obtienen inmediatamente a partir de la definición. Sin embargo, obtener el segmento que representa a la tangente requiere un poquito más de trabajo, no mucho.

Segmento que representa a la tangente

El segmento que representa a la tangente tiene estos dos extremos:

- * El punto (1,0).
- * El punto de intersección de dos rectas:
 - La recta que pasa por el origen de coordenadas y el punto de la circunferencia trigonométrica asociado al ángulo.
 - La recta tangente a la circunferencia trigonométrica en el punto (1,0).

Vemos un ejemplo del segmento en cada cuadrante, marcado en rojo.



Demostración

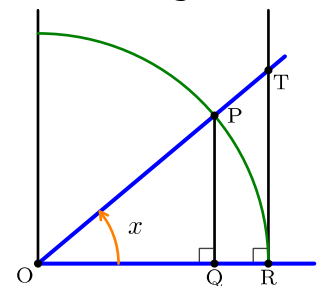
Es necesario demostrar que el signo y la longitud del segmento corresponden al valor de la tangente. A la vista de los ejemplos de más arriba, nos parece obvio que el signo corresponde; nos falta demostrar que la longitud coincide con el valor absoluto de la tangente del ángulo. Para ello podemos usar solamente las longitudes positivas de todos los segmentos involucrados. Mostramos solo el caso en el que el ángulo pertenezca al primer cuadrante porque todos los demás casos son iguales.

Consideramos la figura de la derecha. En ella vemos que los triángulos OPQ y OTR son semejantes, porque son triángulos rectángulos y tienen un ángulo agudo común. Por tanto, sus lados correspondientes son proporcionales. Usaremos que

$\frac{\overline{PQ}}{\overline{OQ}} = \frac{\overline{TR}}{\overline{OR}}$. También sabemos que $\overline{OR} = 1$, porque el segmento OR es el radio de la circunferencia trigonométrica.

Hay que demostrar que $\operatorname{tg}(x) = \overline{TR}$; veámoslo:

$$\operatorname{tg}(x) = \frac{\operatorname{sen}(x)}{\operatorname{cos}(x)} = \frac{\overline{PQ}}{\overline{OQ}} = \frac{\overline{TR}}{\overline{OR}} = \frac{\overline{TR}}{1} = \overline{TR}$$



Observación

Cuando el ángulo es 90° o 270° , las dos rectas indicadas son paralelas, y por tanto el segmento no existe. Esto es coherente con el hecho de que tanto $\operatorname{tg}(90^\circ)$ como $\operatorname{tg}(270^\circ)$ no existen.