

Ángulos que se diferencian en un ángulo recto

Nos interesa estudiar esta relación, que escribiremos así: a uno de los ángulos lo llamaremos α y al otro β , con este valor:

- * En grados sexagesimales: $\beta = \alpha + 90^\circ$
- * En radianes: $\beta = \alpha + \pi/2$ rad

Relación entre funciones trigonométricas de ángulos que se diferencian en un ángulo recto

Se verifica:

- * $\text{sen}(\alpha) = -\cos(\beta)$
- * $\cos(\alpha) = \text{sen}(\beta)$

La relación entre las demás funciones trigonométricas se puede deducir fácilmente a partir de estas cuando sea necesario. Por ejemplo, así:

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{-\cos(\beta)}{\text{sen}(\beta)} = -\text{ctg}(\beta)$$

$$\sec(\alpha) = \frac{1}{\cos(\alpha)} = \frac{1}{\text{sen}(\beta)} = \csc(\beta)$$

Ejemplo

Los ángulos 40° y 130° se diferencian en un recto porque $130^\circ = 40^\circ + 90^\circ$

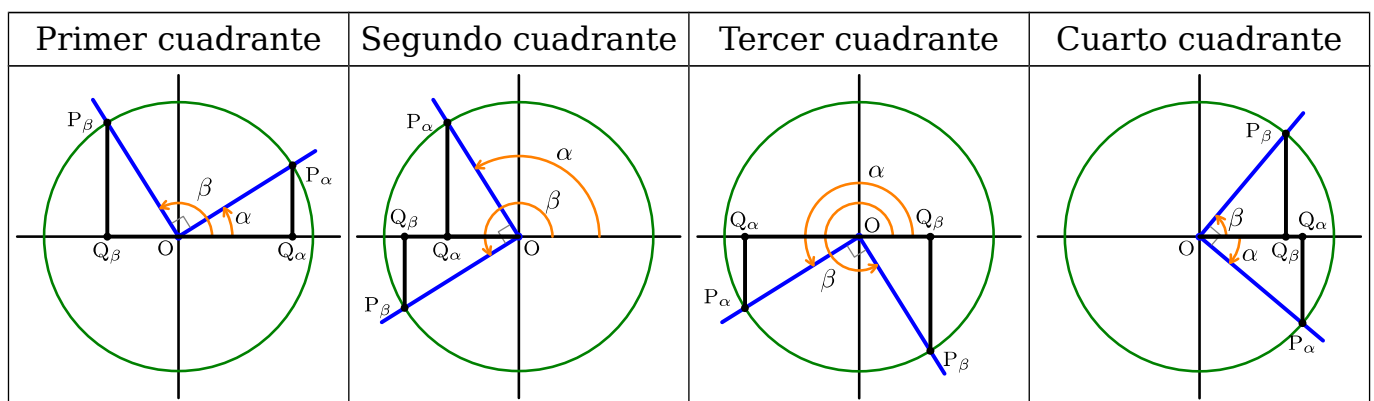
Se verifican estas igualdades:

$$\text{sen}(40^\circ) = -\cos(130^\circ); \cos(40^\circ) = \text{sen}(130^\circ); \text{tg}(40^\circ) = -\text{ctg}(130^\circ).$$

Idea de la demostración

Casi siempre se utiliza esta relación cuando el ángulo α pertenece al primer cuadrante, aunque es cierta también en cualquier otro caso.

Puedes ver ilustraciones que corresponden a cada caso según el cuadrante en que esté el ángulo α :



La demostración, que no te mostramos, se basa en la igualdad de los triángulos $OP_\alpha Q_\alpha$ y $OP_\beta Q_\beta$. Para entenderla, basta con que observes los segmentos que representan al seno y al coseno de los dos ángulos.