

Identificación de los números reales con el eje real

Dado un número real cualquiera $a \in \mathbb{R}$, se dice que se **identifica** con el número complejo $(a,0) \in \mathbb{C}$. Es una manera magnífica de decir que todo número real también es un número complejo.

Con el verbo «identificar» queremos decir que $a = (a,0)$, aunque en principio la igualdad no tendría sentido, por pertenecer los dos números a distintos conjuntos.

La recta real se identifica con el eje real del plano complejo.

$\mathbb{R}$ es un subconjunto de $\mathbb{C}$

Gracias a la identificación explicada, consideramos que $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$, lo que completa el recorrido que empezamos en el nivel 1 con $\mathbb{N}$. Ahora ya podemos establecer la siguiente cadena entre conjuntos numéricos:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

Definición del número i

El número i es simplemente el número complejo $(0,1)$:

$$i = (0,1)$$

- * El número i recibe el nombre de **unidad imaginaria**.
- * El uso de la letra i con este significado se debe a Gauss.

Producto de un número real y un número complejo

Si $\alpha \in \mathbb{R}$ y $(a,b) \in \mathbb{C}$, el producto de α y (a,b) es otro número complejo que se define:

$$\alpha(a,b) = (\alpha a, \alpha b)$$

Forma cartesiana de un número complejo

Los números complejos se pueden escribir de cuatro maneras diferentes, como iremos viendo. La primera forma es la definición como pareja de números reales (a,b) y se llama **forma cartesiana**, por su similitud con las coordenadas cartesianas.

Forma binómica de un número complejo

Usando la definición de suma de números complejos, la identificación de $a \in \mathbb{R}$ con $(a,0) \in \mathbb{C}$, el producto de un número real y un número complejo y la definición del número i , podemos escribir el número complejo (a,b) de otra manera que es muy conveniente y por eso, la más habitual:

$$(a,b) = (a,0) + (0,b) = a + b(0,1) = a + bi$$

Esta forma de expresar el número complejo se llama **forma binómica**, ya que es, efectivamente, un binomio:

$$(a,b) = a + bi$$

Número imaginario puro

Decimos que un número complejo es imaginario puro cuando su parte real es 0. Por ejemplo: $(0,-8)$, $7i$, $-2i$.

Justificación de la definición de i

El número i (letra inicial de la palabra «imaginario») ocupa exactamente el papel que se atribuye a $\sqrt{-1}$: hemos conseguido formalizar la idea de que « $a + b\sqrt{-1}$ » se puede expresar como « $a + bi$ ». Para cerrar el círculo solo nos falta conseguir que $i^2 = -1$; será nuestro siguiente paso.