

Cociente de números complejos

- * El cociente de números complejos se realiza de un modo mucho más natural en forma binómica que en forma cartesiana.
- * La idea clave para realizar la división es multiplicar el dividendo y el divisor de modo que el denominador se convierta en un número real.

Caso general

Hay una regla general que funciona siempre: multiplicar el dividendo y el divisor por el conjugado del divisor. De ese modo, aparece en el divisor un producto suma por diferencia, que es igual a diferencia de cuadrados, y desaparece la i .

Ejemplos

Realiza las siguientes divisiones dejando como fracción irreducible los resultados que no sean exactos.

$$\textcircled{1} \quad \frac{3+2i}{4+5i} \qquad \textcircled{2} \quad \frac{3+5i}{1-3i} \qquad \textcircled{3} \quad \frac{20-5i}{6+7i}$$

Resoluciones

- ① El conjugado de $4+5i$ es $4-5i$.

$$\frac{3+2i}{4+5i} = \frac{(3+2i)(4-5i)}{(4+5i)(4-5i)} = \frac{12-15i+8i-10i^2}{4^2-(5i)^2} = \frac{12+10-7i}{16+25} = \frac{22-7i}{41} = \frac{22}{41} - \frac{7}{41}i$$

- ② El conjugado de $1-3i$ es $1+3i$.

$$\begin{aligned} \frac{3+5i}{1-3i} &= \frac{(3+5i)(1+3i)}{(1-3i)(1+3i)} = \frac{3+9i+5i+15i^2}{1^2-(3i)^2} = \frac{3-15+14i}{1+9} = \frac{-12+14i}{10} = \\ &= \frac{-6+7i}{5} = -\frac{6}{5} + \frac{7}{5}i \end{aligned}$$

- ③ El conjugado de $6+7i$ es $6-7i$.

$$\begin{aligned} \frac{20-5i}{6+7i} &= \frac{(20-5i)(6-7i)}{(6+7i)(6-7i)} = \frac{120-140i-30i+35i^2}{6^2-(7i)^2} = \frac{120-35-170i}{36+49} = \\ &= \frac{85-170i}{85} = 1-2i \end{aligned}$$

Caso particular

Cuando el denominador es un número imaginario puro, basta multiplicar el dividendo y el divisor por i .

Ejemplo

Realiza la siguiente división dejando como fracción irreducible los resultados que no sean exactos.

$$\textcircled{4} \quad \frac{5-7i}{3i}$$

Resolución

$$\textcircled{4} \quad \frac{5-7i}{3i} = \frac{(5-7i)i}{3i \cdot i} = \frac{5i-7i^2}{3i^2} = \frac{5i+7}{-3} = -\frac{7}{3} - \frac{5}{3}i$$