

Potencias de i

Es necesario saber calcular cualquier potencia de exponente entero del número i. Para ello, observaremos que las potencias siguen un ciclo de solo cuatro resultados, lo que nos llevará a un método muy sencillo para calcular cualquier potencia.

Potencias con índice de 0 a 4

- * $i^0 = 1$, como cualquier otra potencia de exponente 0.
- * $i^1 = i$, como ocurre con cualquier otra potencia de exponente 1.
- * $i^2 = -1$, aplicando la definición de producto de números complejos.
- * $i^3 = i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i$
- * $i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$

Potencias con índice de -4 a -1

Las podemos calcular usando los resultados anteriores.

- * $i^{-4} = \frac{1}{i^4} = \frac{1}{1} = 1$
- * $i^{-3} = \frac{1}{i^3} = \frac{1}{-i} = \frac{i}{-i^2} = \frac{i}{-(-1)} = i$
- * $i^{-2} = \frac{1}{i^2} = \frac{1}{-1} = -1$
- * $i^{-1} = \frac{1}{i} = \frac{i}{i^2} = \frac{i}{-1} = -i$

Resultados obtenidos

Vemos claramente el ciclo de cuatro resultados:

i^{-4}	i^{-3}	i^{-2}	i^{-1}	i^0	i^1	i^2	i^3	i^4
1	i	-1	-i	1	i	-1	-i	1

Cálculo de otras potencias

Aprovechando que $i^4 = 1$ y que $i^{-4} = 1$, cualquier otra potencia de exponente entero se calcula dividiéndolo entre 4 y quedándonos con el resto. Lo vemos con ejemplos.

Ejemplos

- ① Calcula i^{231}

Dividimos 231 entre 4: $\frac{231}{4} = 57 + \frac{3}{4}$

$i^{231} = i^{4 \cdot 57 + 3} = (i^4)^{57} \cdot i^3 = i^3 = -i$. Observa que $(i^4)^{57} = 1^{57} = 1$.

- ② Calcula i^{-286}

Dividimos 286 entre 4: $\frac{286}{4} = 71 + \frac{2}{4}$

$i^{-286} = i^{-(4 \cdot 71 + 2)} = (i^{-4})^{71} \cdot i^{-2} = i^{-2} = -1$. Observa que $(i^{-4})^{71} = 1^{71} = 1$.

Observación

Te conviene aprender de memoria el ciclo de valores de las potencias de i.