

Cuadrado en forma binómica

Para calcular $(a+bi)^2$ y $(a-bi)^2$ lo más cómodo es aplicar los desarrollos de los productos notables que conoces y utilizas desde el nivel 2.

Enunciados

Calcula el resultado de estas expresiones:

① $(7+2i)^2$ ② $(4-9i)^2$ ③ $(-3+5i)^2$

Resoluciones

① $(7+2i)^2 = 7^2 + 2 \cdot 7 \cdot 2i + (2i)^2 = 49 + 28i + 4i^2 = 49 + 28i + 4 \cdot (-1) = 45 + 28i$

② $(4-9i)^2 = 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 9i + (9i)^2 = 16 - 72i + 81i^2 = 16 - 72i + 81 \cdot (-1) = -65 - 72i$

③ $(-3+5i)^2 = 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5i + (5i)^2 = 9 - 30i + 25i^2 = 9 - 30i + 25 \cdot (-1) = -16 - 30i$

Potencia en forma binómica

Es posible calcular $(a+bi)^n$ para valores naturales de «n» utilizando el binomio de Newton. Aunque no es el método más rápido para calcular estas potencias para valores un poco altos de «n», es algo que debes conocer y utilizar si lo necesitas. Además, es un método exacto; hay un método más rápido para valores altos de «n», pero no es exacto; lo veremos más adelante.

Enunciados

Calcula el resultado de estas expresiones:

④ $(-2+3i)^3$ ⑤ $(3-5i)^4$ ⑥ $(1+2i)^5$

Resoluciones

④ $(-2+3i)^3 = \binom{3}{0}(-2)^3 + \binom{3}{1}(-2)^2 \cdot 3i + \binom{3}{2}(-2)(3i)^2 + \binom{3}{3}(3i)^3 =$
 $= 1 \cdot (-8) + 3 \cdot 4 \cdot 3i + 3 \cdot (-2) \cdot 9i^2 + 1 \cdot 27i^3 = -8 + 36i - 54(-1) + 27(-i) =$
 $= -8 + 54 + 36i - 27i = 46 + 9i$

⑤ $(3-5i)^4 = \binom{4}{0}3^4 + \binom{4}{1}3^3 \cdot (-5i) + \binom{4}{2}3^2(-5i)^2 + \binom{4}{3}3(-5i)^3 + \binom{4}{4}(-5i)^4 =$
 $= 1 \cdot 81 + 4 \cdot 27 \cdot (-5i) + 6 \cdot 9 \cdot 25i^2 + 4 \cdot 3 \cdot (-125)i^3 + 1 \cdot 625i^4 =$
 $= 81 - 540i + 1350(-1) - 1500(-i) + 625 \cdot 1 = 81 - 540i - 1350 + 1500i + 625 =$
 $= 81 - 1350 + 625 - 540i + 1500i = -644 + 960i$

⑥ $(1+2i)^5 = \binom{5}{0}1^5 + \binom{5}{1}1^4 \cdot 2i + \binom{5}{2}1^3(2i)^2 + \binom{5}{3}1^2(2i)^3 + \binom{5}{4}1(2i)^4 + \binom{5}{5}(2i)^5 =$
 $= 1 \cdot 1 + 5 \cdot 1 \cdot 2i + 10 \cdot 1 \cdot 4i^2 + 10 \cdot 1 \cdot 8i^3 + 5 \cdot 1 \cdot 16i^4 + 1 \cdot 32i^5 =$
 $= 1 + 10i + 40 \cdot (-1) + 80 \cdot (-i) + 80 \cdot 1 + 32i = 1 + 10i - 40 - 80i + 80 + 32i =$
 $= 1 - 40 + 80 + 10i - 80i + 32i = 41 - 38i$

Observación

En todos los ejemplos hemos dado muchos pasos; siéntete libre de ahorrar tiempo haciéndolo en los pasos que tú veas más apropiado. Combina rapidez y corrección de la manera en que te sientas cómodo.