

Operaciones combinadas

Las operaciones combinadas con números complejos siguen las mismas reglas de jerarquía que las operaciones combinadas con números reales.

Opuesto y conjugado

A las reglas de jerarquía de operaciones hay que añadir que el cálculo de conjugado y opuesto ocupan el lugar más alto en la jerarquía.

Entre esos dos cálculos no hay orden, puesto que es indiferente en qué orden se calculen, como vemos ahora mismo.

Propiedad

Si $z \in \mathbb{C}$, entonces $\overline{-z} = -(\overline{z})$. Por tanto, ambos se pueden escribir $-\overline{z}$

En otras palabras, el conjugado del opuesto es igual al opuesto del conjugado.

Demostración

$$z = a+bi \Rightarrow -z = -a-bi \Rightarrow \overline{-z} = -a+bi$$

$$z = a+bi \Rightarrow \overline{z} = a-bi \Rightarrow -(\overline{z}) = -a+bi$$

Enunciados

Calcula el resultado de estas expresiones:

$$\textcircled{1} \quad (2+3i)^2 + 5i^7 - \overline{4+3i}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{7+11i}{1+3i} + 4i^{-126} - (5-3i)^2$$

$$\textcircled{3} \quad \overline{(3-5i)} \cdot (-(-4+2i)) + i^{404}$$

$$\textcircled{4} \quad \left(\frac{1}{2}+i\right)^2 + \frac{7-i}{4+4i}$$

Resoluciones

Tus resoluciones pueden tener otros pasos distintos a las nuestras.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad (2+3i)^2 + 5i^7 - \overline{4+3i} &= 4+12i-9+5i^3 - (4-3i) = 4+12i-9+5(-i)-4+3i = \\ &= 4+12i-9-5i-4+3i = -9+10i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad \frac{7+11i}{1+3i} + 4i^{-126} - (5-3i)^2 &= \frac{(7+11i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)} + 4i^{-2} - (25-30i-9) = \\ &= \frac{7-21i+11i-33(-1)}{1-(-9)} + 4(-1)-16+30i = \frac{40-10i}{10} -20+30i = \\ &= 4-i-20+30i = -16+29i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad \overline{(3-5i)} \cdot (-(-4+2i)) + i^{404} &= (3+5i) \cdot (4-2i) + (i^4)^{101} = 12-6i+20i-10i^2 + 1^{101} = \\ &= 12-6i+20i+10+1 = 23+14i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad \left(\frac{1}{2}+i\right)^2 + \frac{7-i}{4+4i} &= \frac{1}{4} + i + i^2 + \frac{(7-i)(4-4i)}{(4+4i)(4-4i)} = \frac{1}{4} + i - 1 + \frac{28-28i-4i+4i^2}{16-16i^2} = \\ &= -\frac{3}{4} + i + \frac{28-28i-4i-4}{16+16} = -\frac{3}{4} + i + \frac{24-32i}{32} = -\frac{3}{4} + i + \frac{3}{4} - i = 0 \end{aligned}$$