

Producto en forma polar

Conocemos dos números complejos expresados en forma polar, M_α y N_β . Entonces, el producto, expresado también en forma polar, es:

$$M_\alpha \cdot N_\beta = (MN)_{\alpha+\beta}$$

Es decir, se multiplican los módulos y se suman los argumentos. Si el argumento obtenido no es el argumento principal, le podremos sumar un número entero de circunferencias.

Ejemplos

$$\textcircled{1} \quad 8_{22^\circ} \cdot 3_{44^\circ} = 24_{66^\circ}$$

$$\textcircled{2} \quad 2_1 \cdot 3_{0,2} = 6_{1,2}$$

Demstración

Hacemos la operación en forma trigonométrica y utilizamos las identidades de seno y coseno de una suma.

$$\begin{aligned} M_\alpha \cdot N_\beta &= (M(\cos\alpha + i \cdot \operatorname{sen}\alpha)) \cdot (N(\cos\beta + i \cdot \operatorname{sen}\beta)) = (MN)((\cos\alpha + i \cdot \operatorname{sen}\alpha) \cdot (\cos\beta + i \cdot \operatorname{sen}\beta)) = \\ &= (MN)(\cos\alpha\cos\beta + \cos\alpha \cdot i \cdot \operatorname{sen}\beta + i \cdot \operatorname{sen}\alpha\cos\beta + i^2 \cdot \operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta) = \\ &= (MN)(\cos\alpha\cos\beta - \operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta + i \cdot (\cos\alpha\operatorname{sen}\beta + \operatorname{sen}\alpha\cos\beta)) = \\ &= (MN)(\cos(\alpha+\beta) + i \cdot \operatorname{sen}(\alpha+\beta)) = (MN)_{\alpha+\beta} \end{aligned}$$

Enunciados

Realiza los siguientes productos y da el resultado en forma polar, con el argumento principal.

$$\textcircled{3} \quad 17_{128^\circ} \cdot 2_{175^\circ}$$

$$\textcircled{4} \quad 15_{-110^\circ} \cdot 3_{-98^\circ}$$

$$\textcircled{5} \quad 24_{5\pi/8} \cdot 4_{7\pi/16}$$

$$\textcircled{6} \quad 5_{-5\pi/6} \cdot 6_{-7\pi/8}$$

Resoluciones

- $\textcircled{3}$ Multiplicamos los módulos y sumamos los argumentos. Como el resultado del argumento es mayor que 180° , le restamos 360° para llegar al argumento principal.

$$17_{128^\circ} \cdot 2_{175^\circ} = 34_{303^\circ} = 34_{-57^\circ}$$

- $\textcircled{4}$ Multiplicamos los módulos y sumamos los argumentos. Como el resultado del argumento es menor que -180° , le sumamos 360° para llegar al argumento principal.

$$15_{-110^\circ} \cdot 3_{-98^\circ} = 45_{-208^\circ} = 45_{152^\circ}$$

- $\textcircled{5}$ Multiplicamos los módulos y sumamos los argumentos. El resultado del argumento es mayor que π , así que restamos 2π .

$$24_{5\pi/8} \cdot 4_{7\pi/16} = 48_{17\pi/16} = 48_{-15\pi/16}$$

- $\textcircled{6}$ Multiplicamos los módulos y sumamos los argumentos. El resultado del argumento es menor que $-\pi$, así que sumamos 2π .

$$5_{-5\pi/6} \cdot 6_{-7\pi/8} = 30_{-41\pi/24} = 30_{7\pi/24}$$