

Potencia en forma binómica pasando por la forma polar

Sabemos que podemos calcular una potencia de exponente natural de un número complejo en forma binómica usando el binomio de Newton. Sin embargo, en cuanto el exponente empieza a ser un poco grande, el cálculo se vuelve excesivamente largo. Afortunadamente, en esos casos podemos ayudarnos de la facilidad que tiene este mismo cálculo en la forma polar. Así, podemos seguir este procedimiento:

Paso 1: se convierte el número a forma polar.

Paso 2: se calcula la potencia en forma polar.

Paso 3: se convierte el resultado a forma binómica.

- * Si se desea hacer la operación con un mínimo de precisión, hay que utilizar memorias intermedias para almacenar los resultados. Si no hay memorias intermedias disponibles, habrá que apuntar los resultados por escrito.
- * Es indiferente hacer la operación en grados sexagesimales o en radianes.

Enunciado

Escribe en forma binómica el resultado de $(3+5i)^7$.

Resolución 1

Llevamos a cabo los tres pasos expuestos:

Paso 1: $3+5i = M_\alpha$; $M = \sqrt{3^2+5^2} = \sqrt{34}$; $\alpha = \text{artg}(5/3)$; $3-5i = \sqrt{34}_{\text{arctg}(5/3)}$

Paso 2: $(3+5i)^7 = (\sqrt{34}_{\text{arctg}(5/3)})^7 = (\sqrt{34})^7_{7 \cdot \text{arctg}(5/3)} = 229\,179,7333_{413,253\,705\,3^\circ}$.

Paso 3: $229\,179,7333_{413,253\,705\,3^\circ} = 137112+183640i$

Solución: $(3+5i)^7 = 137112+183640i$

Simplificación del método

Este ejemplo se puede resolver de una manera más sencilla con una calculadora que disponga de memorias auxiliares y teclas específicas. Usaremos para el ejemplo un modelo de calculadora muy común que dispone de las teclas **Rec(** y **Pol(**, da uno de los resultados en pantalla y almacena los dos resultados en las memorias E y F. ¡Recuerda que tu calculadora puede ser distinta!

Resolución 2

Realizamos los cálculos con la calculadora en modo DEG o RAD, es indiferente.

Convertimos a forma polar el número dado: **Pol(3 , 5) =**

El módulo está en la memoria E y el argumento en la memoria F.

Hacemos la potencia y la conversión a forma binómica en un solo paso:

Rec(RCL E y^x 7 , RCL F × 7) = $\Rightarrow 137112$

Ya tenemos que la parte real es 137112.

Ahora obtenemos la parte imaginaria: **RCL F =** $\Rightarrow 183640$

Por tanto, la parte imaginaria es 183640.

Solución: $(3+5i)^7 = 137112+183640i$

Nota: si las partes real e imaginaria de la base son números enteros, también lo deben ser las del resultado; si no se obtuvieran así, habría que redondear.