

Enunciados

- ① Calcula todas las raíces quintas de 243_{140° . Da todos los argumentos en grados sexagesimales y usando el argumento principal.
- ② Calcula todas las raíces sextas de i . Da todos los argumentos en grados sexagesimales entre 0° y 360° .
- ③ Calcula todas las raíces séptimas de 1 . Da todos los argumentos en radianes de modo exacto entre 0 y 2π . Representa gráficamente los afijos de las raíces.

Resoluciones

- ① El módulo de todas las raíces es $\sqrt[5]{243} = 3$.

La expresión general de los argumentos de las raíces es $\alpha = \frac{140^\circ + k \cdot 360^\circ}{5}$.

La expresión general simplificada es: $\alpha = 28^\circ + k \cdot 72^\circ$.

Damos a «k» los valores 0, 1, 2, 3 y 4:

$$k = 0 \Rightarrow \alpha_0 = 28^\circ; k = 1 \Rightarrow \alpha_1 = 28^\circ + 72^\circ = 100^\circ; k = 2 \Rightarrow \alpha_2 = 28^\circ + 2 \cdot 72^\circ = 172^\circ$$

$$k = 3 \Rightarrow \alpha_3 = 28^\circ + 3 \cdot 72^\circ = 244^\circ; k = 4 \Rightarrow \alpha_4 = 28^\circ + 4 \cdot 72^\circ = 316^\circ$$

Convertimos α_3 y α_4 : $244^\circ - 360^\circ = -116^\circ$; $316^\circ - 360^\circ = -44^\circ$

$$\text{Solución: } \sqrt[5]{243}_{140^\circ} = \{3_{28^\circ}, 3_{100^\circ}, 3_{172^\circ}, 3_{-116^\circ}, 3_{-44^\circ}\}$$

- ② Hay que pasar el número a forma polar: $i = 1_{90^\circ}$.

El módulo de todas las raíces es $\sqrt[6]{1} = 1$.

$$\text{Los argumentos son } \alpha = \frac{90^\circ + k \cdot 360^\circ}{6} = 15^\circ + k \cdot 60^\circ.$$

Damos a «k» los valores enteros 0 a 5: $k = 0 \Rightarrow \alpha_0 = 15^\circ$; $k = 1 \Rightarrow \alpha_1 = 75^\circ$;

$$k = 2 \Rightarrow \alpha_2 = 135^\circ; k = 3 \Rightarrow \alpha_3 = 195^\circ; k = 4 \Rightarrow \alpha_4 = 255^\circ; k = 5 \Rightarrow \alpha_5 = 315^\circ$$

$$\text{Solución: } \sqrt[6]{i} = \{1_{15^\circ}, 1_{75^\circ}, 1_{135^\circ}, 1_{195^\circ}, 1_{255^\circ}, 1_{315^\circ}\}$$

- ③ Hay que pasar el número a forma polar: $1 = 1_0$.

El módulo de todas las raíces es $\sqrt[7]{1} = 1$.

Los argumentos: $\alpha = \frac{0 + 2k\pi}{7} = 2k\pi/7$. Damos a «k» los valores enteros 0 a 6:

$$\alpha_0 = 0; \alpha_1 = 2\pi/7; \alpha_2 = 4\pi/7; \alpha_3 = 6\pi/7; \alpha_4 = 8\pi/7; \alpha_5 = 10\pi/7; \alpha_6 = 12\pi/7$$

$$\text{Solución: } \sqrt[7]{1} = \{1_0, 1_{2\pi/7}, 1_{4\pi/7}, 1_{6\pi/7}, 1_{8\pi/7}, 1_{10\pi/7}, 1_{12\pi/7}\}$$

Observación: los afijos de las raíces enésimas de cualquier número complejo son los vértices de un polígono regular de «n» lados, ya que el ángulo definido entre las líneas que unen el punto 0 con dos raíces consecutivas siempre es el mismo y los módulos son iguales.

