Raíces cuadradas en forma binómica

Este es el cálculo de raíces más sencillo y existen varias maneras de resolverlo.

Propiedad 1

Si «w» es una raíz cuadrada del número complejo «z», también lo es «−w».

Demostración: $(-w)^2 = (-1)^2 \cdot w^2 = 1 \cdot z = z$

Propiedad 2

Todo número complejo distinto de 0 tiene exactamente dos raíces cuadradas que son números opuestos.

Demostración

Si z es un número complejo distinto de 0, se puede escribir en forma polar como $z = M_\alpha$ con $M \neq 0$. Una raíz cuadrada será $w = \sqrt{M}_{\alpha/2}$ y la otra será −w; $w \neq -w$ porque $M \neq 0$. No puede haber más raíces cuadradas como sabemos por el método que usamos para calcular las raíces en forma polar.

Métodos para calcular la raíz cuadrada en forma binómica

Tenemos el número complejo «a+bi» y queremos calcular sus dos raíces cuadradas. Comenzaremos por calcular una de ellas, «c+di», y la otra será «−c−di».

Método 1. Pasar «a+bi» a forma polar M_α, calcular $\sqrt{M}_{\alpha/2}$ y pasar el resultado a forma binómica. Si se usa una calculadora con teclas dedicadas y memorias auxiliares, el método es sencillo; si no, habrá que escribir resultados intermedios.

Método 2. Aplicar estas fórmulas: $c = \sqrt{\dfrac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}$, $d = \dfrac{b}{2c}$. La demostración de su validez es algo prolija y la vamos a omitir; pero podrías entenderla perfectamente.

Ejemplo

Enunciado. Calcula $\sqrt{33-56i}$ y da los resultados en forma binómica.

Resolución 1. Usaremos un modelo de calculadora muy común que dispone de las teclas **Rec(** y **Pol(**, da uno de los resultados en pantalla y almacena los dos resultados en las memorias E y F. ¡Recuerda que tu calculadora puede ser distinta!

Convertimos a forma polar el número: **Pol(3 3 , (−) 5 6) =**

Los resultados están en las memorias E y F.

Hacemos la raíz y la conversión a forma binómica en un solo paso:

Rec(√ RCL E , RCL F ÷ 2) = ⇨ 7. Ya tenemos que la parte real es 7.

Ahora obtenemos la parte imaginaria: **RCL F =** ⇨ -4. La parte imaginaria es −4.

Resolución 2. Aplicamos las fórmulas directas:

$$c = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}} = \sqrt{\frac{33+\sqrt{33^2+(-56)^2}}{2}} = 7$$

Calculadora: **√ ((3 3 + √ (3 3 x² + 5 6 x²)) ÷ 2) =** ⇨ 7.

$d = \dfrac{b}{2c} = \dfrac{-56}{2 \cdot 7} = -4$. Calculadora: **(−) 5 6 ÷ 2 ÷ Ans =** ⇨ -4.

Solución. $\sqrt{33-56i} = \begin{cases} 7-4i \\ -7+4i \end{cases}$

 Licencia: CC0 1.0 Universal