Obtención de la expresión analítica

Cuando hay que hacer alguna operación con funciones lo más habitual es disponer de la expresión analítica de cada una de las funciones y buscar averiguar la expresión analítica de la función resultado. Esto suele ser muy sencillo con la suma, la diferencia, el producto y el cociente de funciones, pero al principio cuesta un poco entender cómo se hace con la composición.

Variables mudas

Para escribir la expresión analítica de una función real de variable real es necesario utilizar una letra para designar a la variable independiente, pero recuerda que se puede usar cualquier letra (aunque normalmente usamos la equis).

Por ejemplo, dada la función «f» definida con palabras como «multiplica por dos y suma uno», podemos escribir su expresión analítica de todas estas maneras, entre otras:

$f(x) = 2x+1$	$f(z) = 2z+1$	$f(t) = 2t+1$	$f(w) = 2w+1$	$f(\alpha) = 2\alpha+1$	$f(\lambda) = 2\lambda+1$

Enunciado

Definimos tres funciones reales de variable real:

$h(z) = 2z^2-3$, $m(t) = 5t+2$, $s(\alpha) = -\alpha^2+4\alpha+1$

Calcula las siguientes funciones y da los resultados como polinomios lo más sencillos que sea posible escribiendo los monomios en orden descendente de grados.

① $h+m$ ② $m-s$ ③ hm

Resolución

Como nos piden varias funciones, debemos averiguar sus expresiones analíticas; para darlas, elegimos una letra para representar la variable independiente. Elegimos la equis.

① $h+m \to (h+m)(x) = h(x)+m(x) = (2x^2-3)+(5x+2) = 2x^2+5x-1$

Solución: $(h+m)(x) = 2x^2+5x-1$

② $m-s \to (m-s)(x) = m(x)-s(x) = (5x+2)-(-x^2+4x+1) = x^2+x+1$

Solución: $(m-s)(x) = x^2+x+1$

③ $hm \to (hm)(x) = h(x)\cdot m(x) = (2x^2-3)\cdot(5x+2) = 10x^3+4x^2-15x-6$

Solución: $(hm)(x) = 10x^3+4x^2-15x-6$

Funciones constantes

Los números también pueden formar parte de la definición de una operación con funciones. Los consideramos como la expresión de una función constante; por ejemplo, vemos el número «2» como la expresión analítica de la función $f(x)=2$.

Enunciado 4

Si $t(w) = 3w-8$ y $u(z) = 2z+5$, averigua la función $3t+2u$.

Resolución

$(3t+2u)(x) = (3t)(x)+(2u)(x) = 3\cdot t(x)+2\cdot u(x) = 3(3x-8)+2(2x+5) = 9x-24+4x+10 =$
$= 13x-14$. Solución: $(3t+2u)(x) = 13x-14$.

