

Expresión de una función como operación de otras más sencillas

Expresar una función como operación de otras más sencillas permite un estudio y unos cálculos más fáciles de esa función, por lo que es una habilidad que debes dominar sin ninguna duda. Mientras que reconocer las sumas, diferencias, productos y cocientes suele ser sencillo, hay que prestar atención al reconocimiento de las composiciones, que puede parecer un poco más difícil al principio.

Enunciado

Definimos tres funciones reales de variable real: $f(x) = 5x$, $g(x) = x^2$, $h(x) = x+3$

Escribe las siguientes funciones como operaciones combinadas de las tres funciones anteriores:

① $A(x) = x^2 + 6x + 3$	② $B(x) = 5x^3(x+3)$	③ $C(x) = (5x+3)^2$	④ $D(x) = 5x^2 + 3$
⑤ $E(x) = 5(x+3)^2$	⑥ $L(x) = x^2(5x+3)$	⑦ $M(x) = x^4 + x + 3$	⑧ $N(x) = 5(x+6)$

Resolución

- ① Este es el caso fácil: claramente es la suma de las tres funciones, simplificada.

Solución: $A = f + g + h$

- ② Tan fácil como el anterior, pero con el producto, también simplificado.

Solución: $B = f \cdot g \cdot h$. También se puede escribir $B = fgh$

- ③ Empieza lo más difícil: esto es una composición de las tres funciones, pero... ¿en qué orden? Fíjate en las operaciones que hay que ir haciendo con la «x» hasta llegar al resultado:

$x \rightarrow 5x \rightarrow 5x+3 \rightarrow (5x+3)^2$. Primero aplicas f, luego h y luego g. Por tanto:

Solución: $C = g \circ h \circ f$

- ④ Otra vez una composición de las tres funciones, pero cambia el orden:

$x \rightarrow x^2 \rightarrow 5x^2 \rightarrow 5x^2 + 3$. Primero aplicas g, luego f y luego h. Por tanto:

Solución: $D = h \circ f \circ g$

- ⑤ Es otra composición de las tres funciones con un orden diferente:

$x \rightarrow x+3 \rightarrow (x+3)^2 \rightarrow 5(x+3)^2$. Primero aplicas h, luego g y luego f. Por tanto:

Solución: $E = f \circ g \circ h$

- ⑥ Tenemos el producto de g por una composición.

Solución: $L = g \cdot (h \circ f)$. También se puede escribir $L = g(h \circ f)$

- ⑦ Recuerda que una función se puede componer consigo misma.

Solución: $M = g \circ g + h$.

- ⑧ La misma idea de antes, aunque esto no se suele ver en la realidad.

Solución: $N = f \circ h \circ h$.