

## Expresión de una función como operación de otras más sencillas

Expresar una función como operación de otras más sencillas permite un estudio y unos cálculos más fáciles de esa función, por lo que es una habilidad que debes dominar sin ninguna duda. Mientras que reconocer las sumas, diferencias, productos y cocientes suele ser sencillo, hay que prestar atención al reconocimiento de las composiciones, que puede parecer un poco más difícil al principio.

### Enunciado

Definimos tres funciones reales de variable real:  $f(x) = 5x$ ,  $g(x) = x^2$ ,  $h(x) = x+3$

Escribe las siguientes funciones como operaciones combinadas de las tres funciones anteriores:

|                         |                      |                     |                     |
|-------------------------|----------------------|---------------------|---------------------|
| ① $A(x) = x^2 + 6x + 3$ | ② $B(x) = 5x^3(x+3)$ | ③ $C(x) = (5x+3)^2$ | ④ $D(x) = 5x^2 + 3$ |
| ⑤ $E(x) = 5(x+3)^2$     | ⑥ $L(x) = x^2(5x+3)$ | ⑦ $M(x) = x^4+x+3$  | ⑧ $N(x) = 5(x+6)$   |

### Resolución

- ① Este es el caso fácil: claramente es la suma de las tres funciones, simplificada.

Solución:  $A = f+g+h$

- ② Tan fácil como el anterior, pero con el producto, también simplificado.

Solución:  $B = f \cdot g \cdot h$ . También se puede escribir  $B = fgh$

- ③ Empieza lo más difícil: esto es una composición de las tres funciones, pero... ¿en qué orden? Fíjate en las operaciones que hay que ir haciendo con la «x» hasta llegar al resultado:

$x \rightarrow 5x \rightarrow 5x+3 \rightarrow (5x+3)^2$ . Primero aplicas  $f$ , luego  $h$  y luego  $g$ . Por tanto:

Solución:  $C = g \circ h \circ f$

- ④ Otra vez una composición de las tres funciones, pero cambia el orden:

$x \rightarrow x^2 \rightarrow 5x^2 \rightarrow 5x^2+3$ . Primero aplicas  $g$ , luego  $f$  y luego  $h$ . Por tanto:

Solución:  $D = h \circ f \circ g$

- ⑤ Es otra composición de las tres funciones con un orden diferente:

$x \rightarrow x+3 \rightarrow (x+3)^2 \rightarrow 5(x+3)^2$ . Primero aplicas  $h$ , luego  $g$  y luego  $f$ . Por tanto:

Solución:  $E = f \circ g \circ h$

- ⑥ Tenemos el producto de  $g$  por una composición.

Solución:  $L = g \cdot (h \circ f)$ . También se puede escribir  $L = g(h \circ f)$

- ⑦ Recuerda que una función se puede componer consigo misma.

Solución:  $M = g \circ g \circ h$ .

- ⑧ La misma idea de antes, aunque esto no se suele ver en la realidad.

Solución:  $N = f \circ h \circ h$ .