Expresión analítica de la función inversa de una función lineal

Todas las funciones lineales son biyectivas, de modo que tienen función inversa. Como las funciones lineales son sencillas, constituyen un buen ejemplo para explicar cómo calcular la expresión analítica de la función inversa.

La función inversa de una función lineal también es una función lineal.

Método

Consiste en intercambiar los papeles de las variables independiente y dependiente. La expresión analítica de la función nos explica cómo operar con la variable dependiente para obtener la independiente; pues bien, la función inversa nos explicará cómo operar con la independiente para obtener la dependiente.

En definitiva, para decirlo de modo sencillo: habrá que despejar la «x» y escribirla en función de la «y».

Enunciados

Dadas las siguientes funciones reales de variable real, averigua la expresión analítica de sus funciones inversas. Exprésalas usando la letra equis para la variable independiente, separando los dos sumandos y dando la pendiente y la ordenada en el origen del modo más sencillo posible, usando números enteros o fracciones irreducibles cuando sea necesario.

① $f(x) = \frac{3}{2}x+3$

② $g(x) = -\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}$

Resoluciones

① $f(x) = \frac{3}{2}x+3 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x+3 \Rightarrow 2y = 3x+6 \Rightarrow 3x = 2y-6 \Rightarrow x = \frac{2y-6}{3} = \frac{2}{3}y-2$

Esta expresión ya valdría como expresión analítica de la función inversa, que podríamos escribir así: $f^{-1}(y) = \frac{2}{3}y-2$, pero, además de no ajustarse a las condiciones del enunciado, nos resulta un poco rara porque tenemos la costumbre es dar la expresión analítica de una función usando la letra equis, aunque sepamos que se puede usar cualquier otra letra. Por tanto, sustituimos la letra «y» por «x».

Solución: $f^{-1}(x) = \frac{2}{3}x-2$

② $g(x) = -\frac{1}{2}x+\frac{3}{4} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x+\frac{3}{4} \Rightarrow 4y = -2x+3 \Rightarrow 2x = -4y+3 \Rightarrow x = \frac{-4y+3}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = -2y+\frac{3}{2} \Rightarrow g^{-1}(y) = -2y+\frac{3}{2} \Rightarrow g^{-1}(x) = -2x+\frac{3}{2}$

Solución: $g^{-1}(x) = -2x+\frac{3}{2}$

Consejo

Organiza a tu manera cómo hacer las operaciones.