## Paralelismo entre función inversa y número inverso

Nos fijamos en algunas propiedades de la multiplicación de números reales:

a1) Existe un número real que multiplicado por cualquier otro nos da ese número. El número que tiene esta propiedad es el número 1. Ejemplo 1: $17 \cdot 1 = 1$.

b1) Si un número tiene inverso, al multiplicar el número por su inverso se obtiene como resultado el número 1. Ejemplo 2: $4 \cdot \frac{1}{4} = 1$.

Nos fijamos ahora en algunas propiedades de la composición de funciones reales de variable real:

a2) Existe una función que compuesta con cualquier otra (en cualquier orden) nos da esa función. La función que tiene esta propiedad es la función identidad (I).

Ejemplo 3: $f \circ I = I \circ f = I$.

b2) Si una función tiene inversa, al componer la función con su inversa se obtiene como resultado la función identidad.

Ejemplo 4: $f^{-1} \circ f = f \circ f^{-1} = I$.

El producto de números reales es conmutativo pero la composición de funciones no lo es, por eso hemos apuntado en las propiedades (a2) y (b2) que la composición se hace en sus dos órdenes posibles.

## Otras propiedades

Existen más propiedades comunes a la multiplicación de números reales y la composición de funciones reales de variable real:

c1) El inverso del inverso de un número es el propio número.

Ejemplo 5: $(4^{-1})^{-1} = 4$.

c2) La función inversa de la función inversa de una función es la propia función.

Ejemplo 6: $(f^{-1})^{-1} = f$.

d1) Hay números que son inversos de sí mismos.

Ejemplo 7: $1^{-1} = 1$. Ejemplo 8: $(-1)^{-1} = -1$.

d2) Hay funciones que son inversas de sí mismas.

Ejemplo 9: $I^{-1} = I$. Ejemplo 10: $(-I)^{-1} = -I$.

## Justificación

Este paralelismo es el que justifica que expresemos la función inversa con la misma notación que el número inverso: si el inverso de 4 lo escribimos $4^{-1}$, tiene sentido que escribamos la función inversa de f como $f^{-1}$.

## Dificultad

Existe una posibilidad de confusión que preocupa cuando se utiliza esta notación: si f es una función, ¿cómo nos referimos a la función $\frac{1}{f}$? En este curso proponemos denominarla sencillamente como se ve: «uno dividido entre f», pero hay que ser conscientes de que con números sí estaríamos tratando con el número inverso, escrito de otra forma, ya que, efectivamente, $4^{-1} = \frac{1}{4}$.